

PROIECTAREA UNUI CONTROLLER NOU PENTRU ZBORUL AERONAVELOR UTILIZAND UN ALGORITM INOVATIV BAZAT PE DETERMINAREA MATRICEA DE AMPLIFICARE

Lucrarea prezintă un algoritm pentru calculul matricei de amplificare K pentru stabilizarea mișcărilor longitudinale sau laterale a aeronavelor. A fost realizată o organigramă a acestui algoritm, urmând ca el să fie apoi transpus în Matlab. Validarea algoritmului se face pe două cazuri concrete: mișcarea longitudinală și laterală a unei aeronave [1].

1. CHESTIUNI TEORETICE

În proiectarea sistemelor de control (comandă, reglare) optimal se are în vedere minimizarea deviațiilor mărimilor fizice de la valorile impuse. Măsurarea apropierii sistemului supus controlului de cel dorit este dată de un indicator de performanță impus, reprezentat de o funcție. Cerințele proiectării se referă nu numai la performanțele sistemului, dar și la asigurarea realizabilității fizice și la restricțiile impuse comenzii. Criteriul de determinare a indicatorului de performanță nu trebuie ales numai din considerente matematice, dar și din considerente practice. În general, trebuie făcut un compromis între evaluarea performanțelor fizice ale aplicației și soluționarea matematică a problemei [1]. Existența soluției problemei optimale este condiționată de controlabilitatea și observabilitatea sistemului condus.

Indicatorul de performanță determină configurația sistemului. Un sistem, care este optimal din punctul de vedere al unui indicator de performanță, nu este optimal din punctul de vedere al altui criteriu de performanță. Realizarea hardware a unei legi de control optimal poate fi dăunătoare și costisitoare. Asemenea sisteme se proiectează dedicat pentru anumite probleme particulare, specifice.

Modelul matematic liniar al mișcării aparatului de zbor (A) este descris de ecuația de stare

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u^*(t) + E(t)p(t), \quad (1.1)$$

în care $x(n \times 1)$ este vectorul de stare, $u^*(m \times 1)$ – vectorul de comandă, $p(n \times 1)$ – vectorul perturbațiilor exterioare deterministe, $A(n \times n)$ – matricea sistemului, $B(n \times m)$ – matricea de comandă, $E(n \times n)$ – matrice. A și B sunt continue și satisfac condițiile de controlabilitate. Pentru evaluarea performanțelor sistemului, în cazul $p(t) = 0$, se definește un indicator de performanță

$$J = \int_{t_0}^{t_1} \mathcal{L}\{x(t), u(t)\} dt; \quad (1.2)$$

J ia o valoare numerică determinată, care diferă de la o traiectorie la alta. Mulțimea traiectoriilor admise \mathcal{T} este generată de mulțimea comenzilor \mathcal{U} .

Sinteza optimală constă în determinarea legii de comandă (conducere)

$$u(t) = g(x(t), t), \quad (1.3)$$

care transportă sistemul din starea inițială x_0 în starea finală x_1 , într-un interval de timp $[t_0, t_1]$ dat, în așa fel încât criteriul integral pătratic de calitate [2],

$$J = \frac{1}{2} x^T(t_1) M x(t_1) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_1} [x^T(t) Q(t) x(t) + u^T(t) R(t) u(t)] dt \quad (1.4)$$

să ia cea mai mică valoare posibilă; M și $Q(n \times n)$ sunt matrice simetrice și pozitiv semidefinite ($Q(t)$ – matricea ponderilor variabilelor de stare), iar $R(m \times m)$ – matrice simetrică, pozitiv definită și nesingulară pe tot intervalul $[t_0, t_1]$; $R(t)$ – matricea ponderilor variabilelor de comandă.

Impunând ca vectorul de stare să tindă către zero, adică $x(t_1 \rightarrow \infty) = 0$, atunci, alegând momentul inițial $t_0 = 0$, indicatorul de performanță (1.4) devine

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [x^T(t) Q(t) x(t) + u^T(t) R(t) u(t)] dt. \quad (1.5)$$

Rezolvarea problemei de sinteză constă în determinarea comenzii optimale

$$u^*(t) = u(t) + u_p(t); \quad (1.6)$$

componenta $u(t)$ asigură amortizarea optimă a proceselor dinamice, iar componenta $u_p(t)$ conduce la compensarea efectului perturbațiilor exterioare $p(t)$. Alegerea lui $u(t)$ din condiția de minim a lui J este cunoscută sub denumirea de problema quadratică liniară (LQP); legea de comandă după vectorul de stare este de forma

$$u(t) = -K(t)x(t), \quad (1.7)$$

unde $K(t)$ este matricea de amplificare ($m \times n$), exprimată mai jos, pentru sistemul (1.1), în care $p(t) = 0$, adică pentru sistemul

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t). \quad (1.8)$$

Pentru obținerea unei legi de conducere mai simplă, se aduce sistemul (1.8) la forma canonică Jordan

$$\dot{\bar{x}} = \bar{A}\bar{x} + \bar{B}u, u = -\bar{K}\bar{x}, \bar{K} = \bar{R}^{-1}\bar{B}^T\bar{P}, \quad (1.9)$$

unde \bar{x} este noul vector de stare care verifică relația

$$x = T\bar{x}, \bar{A} = T^{-1}AT, \bar{B} = T^{-1}B = [I_m \quad ; \quad 0]^T; \quad (1.10)$$

T este o transformare nesingulară ($n \times n$), I_m – matrice unitate ($m \times m$).

Matricea de transformare T se alege astfel încât [3]

$$T = [B \quad ; \quad \tilde{T}], \quad (1.11)$$

unde \tilde{T} este o matrice aleasă arbitrar astfel încât $\text{rang} T = n$.

Matricea \bar{P} – soluția EMAR aferentă sistemului (1.9)

$$\bar{P}A + \bar{A}^T \bar{P} - \bar{P}B\bar{K} + \bar{Q} = 0 \quad (1.12)$$

și matricea \bar{K} pot fi partiționate astfel [4]

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}, \bar{K} = [\bar{K}_1 \quad ; \quad \bar{K}_2], \bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}^T, \bar{P}_{22} = \bar{P}_{22}^T, \quad (1.13)$$

unde \bar{P}_{11} și \bar{K}_1 sunt submatrice de dimensiuni ($m \times m$), iar \bar{P}_{22} nu intervine în calcule pentru obținerea lui \bar{K} ; înlocuind \bar{B} de forma (1.10) în ecuația $\bar{K} = R^{-1}\bar{B}^T \bar{P}$, se obține succesiv

$$[\bar{K}_1 \quad ; \quad \bar{K}_2] = R^{-1} [I_m \quad ; \quad 0] \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} = [R^{-1} \quad ; \quad 0] \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} = [R^{-1}\bar{P}_{11} \quad ; \quad R^{-1}\bar{P}_{12}]; \quad (1.14)$$

rezultă

$$\bar{P}_{11} = R\bar{K}_1, \bar{P}_{12} = R\bar{K}_2; \quad (1.15)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} R\bar{K}_1 & R\bar{K}_2 \\ (R\bar{K}_2)^T & I_{n-m} \end{bmatrix}, \quad (1.16)$$

unde s-a ales, pentru simplitate, $\bar{P}_{22} = I_{n-m}$ matrice unitate; \bar{P}_{22} poate fi aleasă în mod aleatoriu deoarece nu contează în calculul lui K .

$$\begin{aligned} \bar{P}_{11} &= [\bar{p}_{11}], \bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}^T = [\bar{p}_{11} \quad \bar{p}_{12} \quad \bar{p}_{13}], \bar{P}_{22} = I_3, R = [1], \\ \bar{K} &= [\bar{K}_1 \quad ; \quad \bar{K}_2] = [k_1 \quad ; \quad k_{21} \quad k_{22} \quad k_{23}]; \bar{K}_1 = [k_1], \bar{K}_2 = [k_{21} \quad k_{22} \quad k_{23}]. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Înlocuind \bar{P}_{11}, R și \bar{K}_1 în (1.15) și (1.16) rezultă

$$\bar{P}_{11} = [k_1], \bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}^T = [k_{21} \quad k_{22} \quad k_{23}], \bar{P} = \begin{bmatrix} k_1 & \vdots & k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{21} & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ k_{22} & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ k_{23} & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.18)$$

Pentru $m = 2$ (cazul mișcării laterale a aparatului de zbor),

$$\bar{P}_{11} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}, \bar{K}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

care, înlocuite în prima ecuație (1.15), conduce la următoarea

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}; \quad (1.20)$$

pentru $r_{11} = r_{22} = 1$, exprimând din aceasta \bar{p}_{12} și \bar{p}_{21} și egalându-le, rezultă

$$r = r_{12} = r_{21} = \frac{k_{12} - k_{21}}{k_{11} - k_{22}}; R = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.21)$$

În continuare se deduc relații de calcul pentru $P, \bar{P}, K, \bar{K}, Q$ și \bar{Q} . Acestea verifică, respectiv, ecuațiile algebrice Riccati aferente sistemului (1.8) și sistemului (1.9)

$$PA + A^T P - PBK + Q = 0, \quad (1.22)$$

$$\bar{P} \bar{A} + \bar{A}^T \bar{P} - \bar{P} \bar{B} \bar{K} + \bar{Q} = 0. \quad (1.23)$$

Pentru deducerea relațiilor menționate, se înmulțește succesiv ecuația (1.23) la stânga cu $(T^{-1})^T$ și la dreapta cu T^{-1} . Identificând termenii ecuației (1.22), respectiv cu termenii ecuației obținute din (1.22), se obțin relațiile căutate. În primul rând, rezultă ecuația

$$Q = (T^{-1})^T \bar{Q} T^{-1}. \quad (1.24)$$

Din egalitatea primului termen al ecuației (1.22) și al celei rezultate din (1.23) și, respectiv, al celui de-al doilea termen din aceleași ecuații, ținând seama că $\bar{A} = T^{-1} A T$ și că $(T^{-1})^T T^T = (T T^{-1})^T = I^T = I$, rezultă

$$P = (T^{-1})^T \bar{P} T^{-1}. \quad (1.25)$$

Egalând termenul al treilea din ecuația (1.22) cu termenul al treilea din ecuația obținută prin înmulțirea ecuației (1.23) la stânga cu $(T^{-1})^T$ și la dreapta cu (T^{-1}) și ținând seama că $\bar{B} = T^{-1} B$, precum și de relația (1.25), se obține

$$K = \bar{K} T^{-1}. \quad (1.26)$$

Algoritmul ALGLX

Pasul 1: se aduce sistemul descris de perechea (A, B) , $A(n \times n)$, $B(n \times m)$, la forma canonică Jordan (\bar{A}, \bar{B}) , folosind transformarea $x = T\bar{x}$, T – transformare liniară neregulară;

$$\bar{A} = T^{-1} A T, \bar{B} = T^{-1} B = [I_m \quad 0], \quad (1.27)$$

unde T se alege de forma $T = [B \quad \tilde{T}]$, cu \tilde{T} matrice aleasă aleatoriu, $(n \times (n - m))$,

astfel încât $\text{rang } T = n$.

Pasul 2: se calculează matricea de amplificare \bar{K} pentru controlul optimal al sistemului (\bar{A}, \bar{B}) astfel încât sistemul în circuit închis având matricea $\bar{G} = \bar{A} - \bar{B}\bar{K}$ să aibă valorile proprii impuse stabile.

Pasul 3: se partiționează matricele \bar{K} și \bar{P} astfel

$$\bar{K} = [\bar{K}_1 \quad \bar{K}_2], \bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{P}_{11} & \bar{P}_{12} \\ \bar{P}_{21} & \bar{P}_{22} \end{bmatrix}, \bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}^T, \bar{P}_{22} = \bar{P}_{22}^T; \quad (1.28)$$

\bar{K}_1 și \bar{P}_{11} sunt submatrice $(m \times m)$; submatricele $\bar{P}_{11}, \bar{P}_{12}, \bar{P}_{22}$ și \bar{R} se obțin în funcție de submatricele matricei \bar{K} și de matricea pondere $\bar{R} = R$ astfel

$$\bar{P}_{11} = R\bar{K}_1, \bar{P}_{12} = \bar{P}_{21}^T = R\bar{K}_2, \bar{P}_{22} = I_{n-m}, \quad (1.29)$$

unde I_{n-m} este matricea unitate $(n-m) \times (n-m)$; în particular, pentru $m=1$

$$\bar{K} = [k_1 \quad k_{21} \quad k_{22} \quad k_{23}], R = [1], \quad (1.30)$$

iar pentru $m=2$

$$\bar{K} = [\bar{K}_1 \quad \bar{K}_2], \bar{K}_1 = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}, \bar{K}_2 = \begin{bmatrix} k'_{11} & k'_{12} \\ k'_{21} & k'_{22} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & r \\ r & 1 \end{bmatrix}, r = \frac{k_{12} - k_{21}}{k_{11} - k_{22}}. \quad (1.31)$$

Prin urmare, pentru $m=1$, respectiv $m=2$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} k_1 & \vdots & k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{21} & \vdots & 1 & 0 & 0 \\ k_{22} & \vdots & 0 & 1 & 0 \\ k_{23} & \vdots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.32)$$

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} R\bar{K}_1 & R\bar{K}_2 \\ (R\bar{K}_2)^T & I_2 \end{bmatrix}, \quad (1.33)$$

unde \bar{K}_1 și \bar{K}_2 au formulele (1.31).

Pasul 4:

Varianta 1: se calculează matricele \bar{Q} și Q

$$\bar{Q} = -[\bar{P}\bar{A} + \bar{A}^T\bar{P} - \bar{P}\bar{B}\bar{K}], \quad (1.34)$$

$$Q = (T^{-1})^T \bar{Q} T^{-1}; \quad (1.35)$$

apoi, având cunoscute matricele A, B, Q și R , se rezolvă EMAR în raport cu necunoscuta P

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0; \quad (1.36)$$

se calculează matricea de amplificare

$$K = R^{-1}B^T P. \quad (1.37)$$

Varianta 2

Folosind relația (1.32) sau (1.33), se calculează P și K astfel

$$P = (T^{-1})^T \bar{P} T^{-1}, K = R^{-1} B^T P. \quad (1.38)$$

Pasul 5: se calculează valorile proprii ale matricei $G = (A - BK)$; dacă acestea sunt situate în semiplanul stâng complex (matricea G – stabilă), atunci matricea de amplificare căutată este cea obținută; în caz contrar, se revine la pasul 1 și se alege o altă matrice \tilde{T} , implicit altă matrice T și se reia calculul conform pașilor algoritmului.

Organigrama de calcul pe baza algoritmului ALGLX este cea din fig. 1.1.

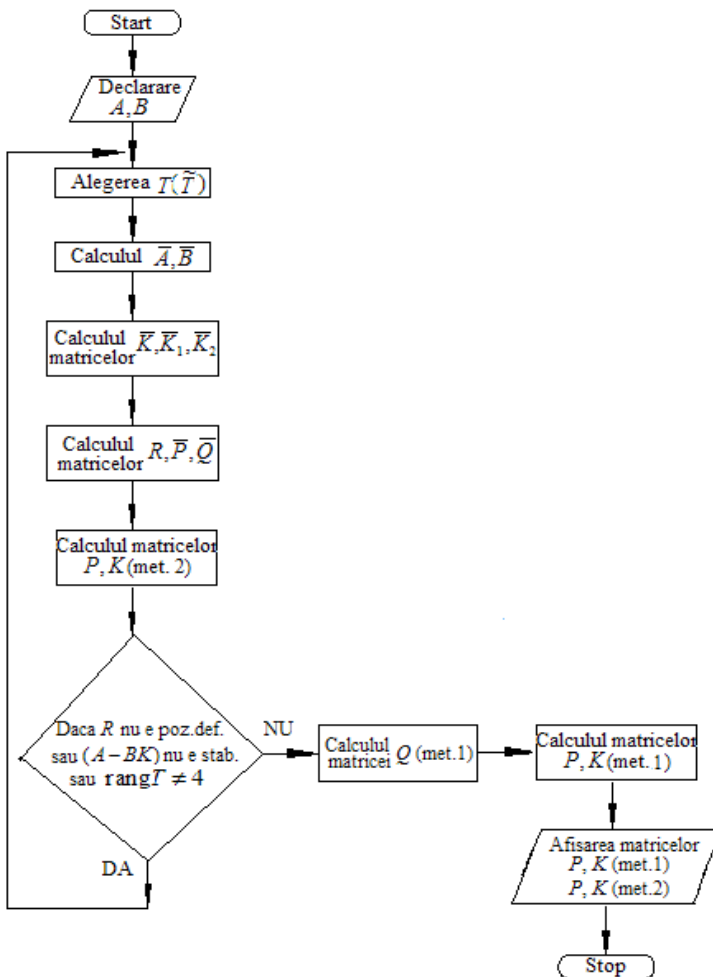


Fig.1.1. Organigrama de calcul pe baza algoritmului ALGLX

2. MODUL DE LUCRU

Mișcarea longitudinală a aeronavei

Fie cazul mișcării longitudinale a unei aeronave, descrisă de ecuația în variabile adimensionale,

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{V}} \\ \dot{\hat{\alpha}} \\ \dot{\hat{\theta}} \\ \dot{\hat{\omega}}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.026 & 0.025 & -0.1 & 0 \\ -0.36 & -3 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.4212 & -38.49 & 0 & -3.67 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V} \\ \hat{\alpha} \\ \hat{\theta} \\ \hat{\omega}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \delta_p, \quad (1.39)$$

unde

$$\hat{V} = \frac{\Delta V}{V^*}, \hat{t} = \frac{t}{\tau_a}, \hat{\omega}_y = \frac{\bar{b}}{V^*} \omega_y, \hat{\theta} = \Delta\theta, \hat{\alpha} = \Delta\alpha; \quad (1.40)$$

$\tau_a = 2,1s$ - constanta de timp aerodinamică.

Pentru studiul mișcării, se parcurg pașii algoritmului propus (de 15 ori până în momentul în care este verificată condiția de la pasul 5); se impun, de exemplu, următoarele valori proprii ale matricei $(\bar{A} - \bar{B}\bar{K})$

$$-3.4 \pm 6.21j, -0.33, -0.1. \quad (1.41)$$

Programul de calcul numeric pentru validarea algoritmului propus este prezentat în anexa 1; în cadrul său s-a folosit instrucțiunea *PLACE* pentru calculul matricei \bar{K} și instrucțiunea *LQR* pentru calculul matricei K după varianta 1 a algoritmului.

Instrucțiunea *PLACE* calculează matricea K astfel încât valorile proprii ale matricei $(A - BK)$ să fie cele din vectorul S . Forma generală a instrucțiunii este

$$K = PLACE(A, B, S). \quad (1.42)$$

Instrucțiunea *LQR* rezolvă ecuația Riccati

$$PA + A^T P - (PB + N)R^{-1}(B^T P + N^T) + Q = 0. \quad (1.43)$$

Indicatorul de performanță are forma

$$J = \int_0^\infty [x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u] dt. \quad (1.44)$$

Forma instrucțiunii este

$$[K, P, E] = LQR(A, B, Q, R, N). \quad (1.45)$$

Pentru trasarea caracteristicilor $\hat{V}(\hat{t}), \hat{\alpha}(\hat{t}), \hat{\theta}(\hat{t}), \hat{\omega}_y(\hat{t}), \hat{\delta}_p(\hat{t})$ s-a construit modelul Matlab/Simulink din fig.1.2; valorile inițiale ale variabilelor de stare sunt $\hat{V}(0) = 0.1, \hat{\alpha}(0) = 0.08, \hat{\theta}(0) = 0.5, \hat{\omega}_y(0) = 0.08$.

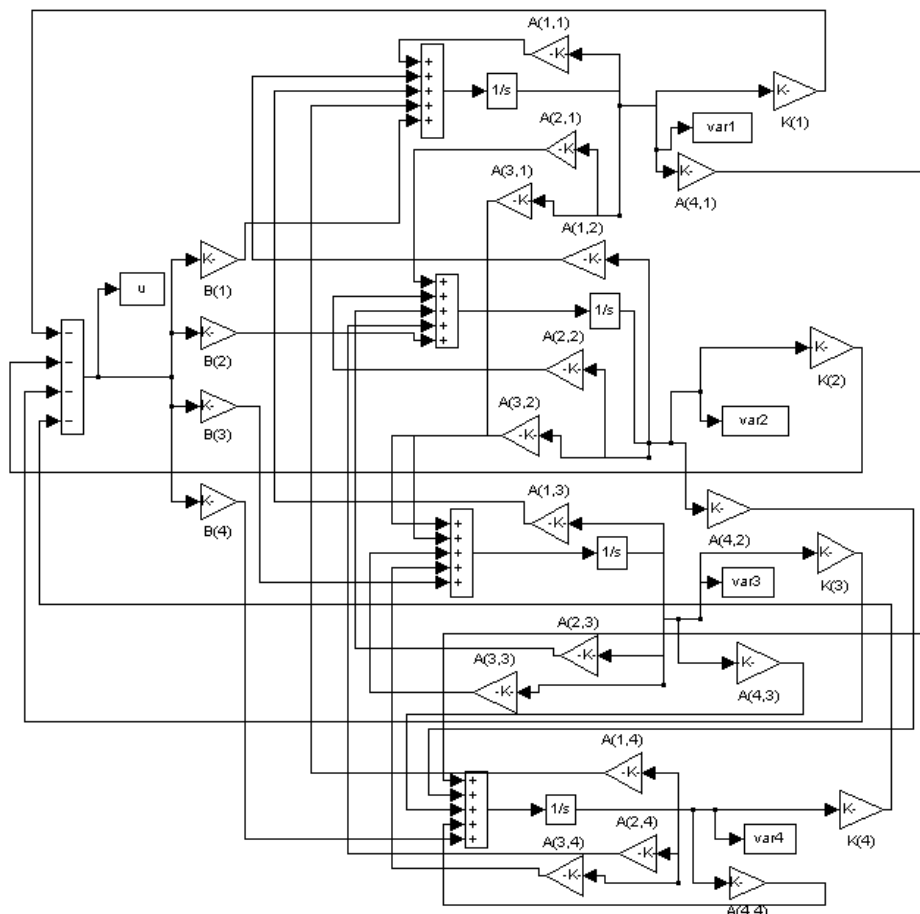


Fig.1.2 Modelul Matlab/Simulink al sistemului de comandă optimală a mișcării longitudinale folosind algoritmul ALGLX

Prin intermediul programului Matlab din anexa 1 se obțin:

- matricele $T, \bar{A}, \bar{B}, \bar{K}, R, \bar{P}, \bar{Q}$;
- matricea P – soluția ecuației Riccati;
- matricea de amplificare K ;
- variația în timp a vitezei de zbor \hat{V} ;
- variația în timp a unghiului de incidență $\hat{\alpha}$;
- variația în timp a unghiului de tangaj $\hat{\theta}$;
- variația în timp a bracajului profundorului $\hat{\delta}_p$.

Mișcarea laterală a aeronavei

Se procedează similar cu mișcarea laterală a aeronavelor. Se consideră mișcarea laterală a unui avion Boeing 744, care zboară cu $M = 0.8$ la $H = 40000$ ft; ecuația de stare a mișcării laterale este

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{\omega}_z \\ \Delta\dot{\omega}_x \\ \Delta\dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0558 & -0.9968 & 0.0802 & 0.0415 \\ 0.598 & -0.115 & -0.0318 & 0 \\ 0.305 & 0.388 & -0.465 & 0 \\ 0 & 0.0805 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\omega_z \\ \Delta\omega_x \\ \Delta\varphi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0073 & 0 \\ -0.475 & 0.123 \\ 0.153 & 1.063 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_d \\ \delta_e \end{bmatrix} \quad (1.46)$$

Pașii algoritmului sunt parcurși de 7 ori. Valorile proprii impuse ale matricei $(\bar{A} - \bar{B}\bar{K})$ sunt

$$-13.25, -1.43 \pm 1.598j, -0.318. \quad (1.47)$$

Programul de calcul numeric pentru cazul mișcării laterale este dat în anexa 2 și folosește aceleași instrucțiuni PLACE și LQR ca și în programul din anexa 1.

Pentru trasarea caracteristicilor $\Delta\beta(t), \Delta\omega_z(t), \Delta\omega_x(t), \Delta\varphi(t), \delta_d(t)$ și $\delta_e(t)$ s-a folosit modelul Matlab/Simulink din fig.1.3. Valorile inițiale ale variabilelor de stare sunt $\Delta\beta(0) = 4.583\text{grad}, \Delta\omega_z(0) = 1.145\text{grad/s}, \Delta\omega_x(0) = 1.718\text{grad/s}, \Delta\varphi(0) = 17.188\text{grad}$.

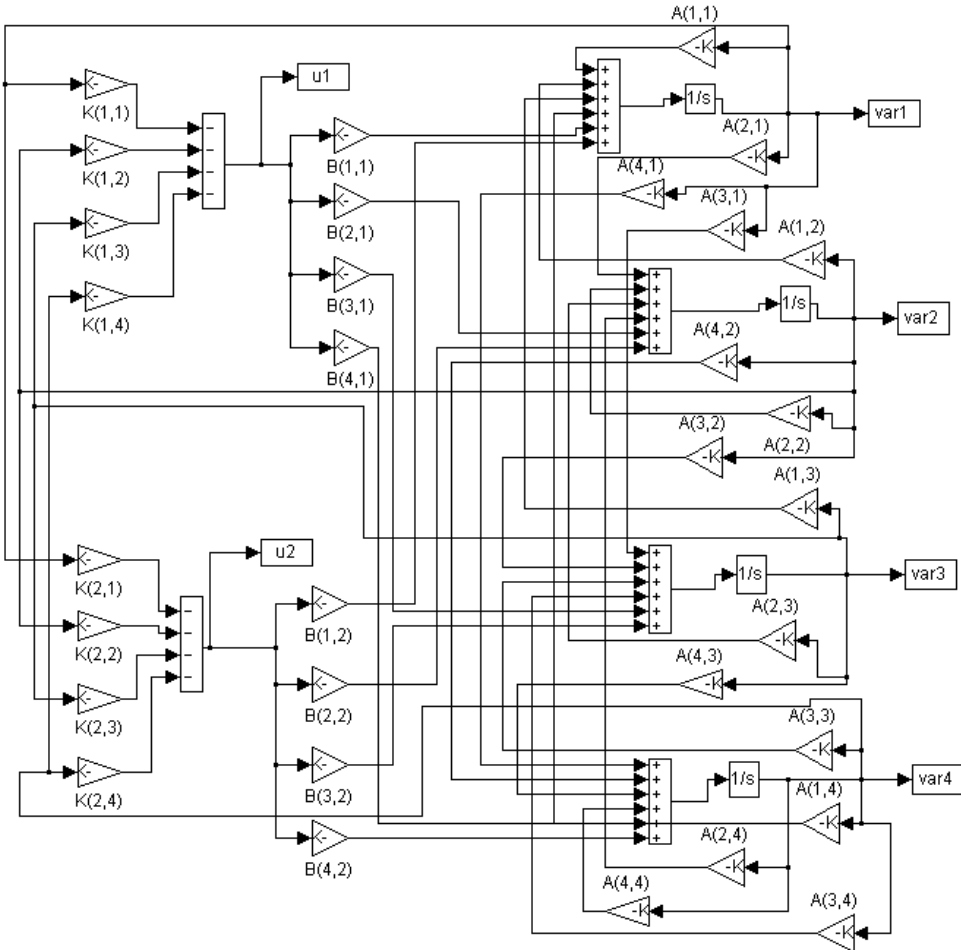


Fig.1.3 Modelul Matlab/Simulink al sistemului de comandă optimală a mișcării laterale a aeronavei folosind algoritmul ALGLX

Prin intermediul programului Matlab din anexa 2 se obțin:

- matricele $T, \bar{A}, \bar{B}, \bar{K}, R, \bar{P}, \bar{Q}$;
- matricea P – soluția ecuației Riccati;
- matricea de amplificare K ;
- evoluția în timp a variației unghiului de derapaj $\Delta\beta$;
- evoluția în timp a variației vitezei unghiulare de rotație $\Delta\omega_z$;
- evoluția în timp a variației vitezei unghiulare de ruliu $\Delta\omega_x$;
- evoluția în timp a variației unghiului de ruliu $\Delta\varphi$;
- variația în timp a bracăjului direcției δ_d ;
- variația în timp a bracăjului eleroanelor δ_e .

3. CHESTIUNI DE STUDIAT

Pe baza caracteristicilor grafice, a programelor din anexă și a modelelor Matlab/Simulink (fig.1.2 și fig.1.3) se analizează modul în care legea de comandă obținută prin intermediul matricei K stabilizează mișcarea longitudinală și laterală a aeronavei.

De asemenea, se concluzionează dacă rezultatele, implicit graficele, obținute prin cele două variante ale pasului 4 din cadrul algoritmului ALGLX sunt identice.

Anexă 1

```
clear all;close all;
A=[-0.026 0.025 -0.1 0;-0.36 -3 0 1;0 0 0 1;0.4212 -38.42 0 -3.67];B=[0;0;0;1];
Q=[10 0 0 0;0 10 0 0;0 0 100 0;0 0 0 1];R=[2];[K,P,E] = LQR(A,B,Q,R);
I2=[1 0;0 1];
% Declaraarea lui T
N3=randn(4,3);contor=1;T(:,1)=B(:,1);
for i=1:4
    for j=1:3
        T(i,j+1)=N3(i,j);
    end
end
Ab=(inv(T))*A*T;Bb=(inv(T)*B);Kb=place(Ab,Bb,E);e=eig(Ab-Bb*Kb);
k1=Kb(1);k21=Kb(2);k22=Kb(3);k23=Kb(4);r1=1;Rb=[r1];R=Rb;
Pb=r1*[k1 k21 k22 k23;k21 1 0 0;k22 0 1 0;k23 0 0 1];
ee=eig(Rb);
Qb=-(Pb*Ab+(transpose(Ab))*Pb-Pb*Bb*Kb);
% Varianta 2
PPP=transpose(inv(T))*Pb*inv(T);KKK=inv(R)*transpose(B)*PPP;
EEE=eig(A-B*KKK);m=rank(T);
while real(EEE(1))>0 | real(EEE(2))>0 | real(EEE(3))>0 | real(EEE(4))>0 | m<4
% Declaraarea lui T
N3=randn(4,3);contor=contor+1;T(:,1)=B(:,1);
for i=1:4
    for j=1:3
```

```

    T(i,j+1)=N3(i,j);
end
end
Ab=(inv(T))*A*T;Bb=(inv(T)*B);
Kb=place(Ab,Bb,E);
e=eig(Ab-Bb*Kb);
k1=Kb(1);k21=Kb(2);k22=Kb(3); k23=Kb(4); r1=5;Rb=[r1];R=Rb;
Pb=r1*[k1 k21 k22 k23;k21 1 0 0;k22 0 1 0;k23 0 0 1];
ee=eig(Rb);
Qb=-(Pb*Ab+(transpose(Ab))*Pb-Pb*Bb*Kb);
% Varianta 2
PPP=transpose(inv(T))*Pb*inv(T);KKK=inv(R)*transpose(B)*PPP;
EEE=eig(A-B*KKK);m=rank(T);
end % sfarsitul ciclului while
contor
% Varianta 1
Q=transpose(inv(T))*Qb*inv(T);R=Rb;[KK,PP,EE] = LQR(A,B,Q,R);
K=KK;sim('L14_1_sch');
subplot(321);plot(t,var1);grid;hold on;subplot(322);plot(t,var2);grid;hold on;
subplot(323);plot(t,var3);grid;hold on;subplot(324);plot(t,var4);grid; hold on;
subplot(325);plot(t,u);grid;hold on;
K=KKK;sim('L14_1_sch');
subplot(321);plot(t,var1,'r');subplot(322);plot(t,var2,'r');
subplot(323);plot(t,var3,'r');subplot(324);plot(t,var4,'r');
subplot(325);plot(t,u,'r');

```

Anexă 2

```

clear all;close all;
A=[-0.0558 -0.9968 0.0802 0.04415;0.598 -0.115 -0.0318 0;0.305 0.388 -0.465 0;0 0.0805 1 0];
B=[0.0073 0;-0.475 0.123; 0.153 1.063;0 0];Q=[100 0 0 0;0 1 0 0;0 0 100 0;0 0 0 10];
R=[1 -0.5;-0.5 1];
[K,P,E] = LQR(A,B,Q,R);I2=[1 0;0 1];
% Declararea lui T
N3=randn(4,2);contor=1;
for i=1:4
    for j=1:2
        T(i,j)=B(i,j);T(i,j+2)=N3(i,j);
    end
end
% Aflarea Ab,Bb,Kb,Rb
Ab=(inv(T))*A*T;Bb=(inv(T)*B);Kb=place(Ab,Bb,E);
e=eig(Ab-Bb*Kb);
for i=1:2
    for j=1:2
        K10(i,j)=Kb(i,j);K20(i,j)=Kb(i,j+2);
    end
end
k11=K10(1,1);k12=K10(1,2);k21=K10(2,1);k22=K10(2,2);
Rb=[1 (k12-k21)/(k11-k22);(k12-k21)/(k11-k22) 1];
ee=eig(Rb);

```

```

N1=Rb*K20;N2=transpose(N1);Pb=[Rb*K10 Rb*K20;N2 I2];
R=Rb;
Qb=-(Pb*Ab+(transpose(Ab))*Pb-Pb*Bb*Kb);
% Varianta 2
PPP=transpose(inv(T))*Pb*inv(T);KKK=inv(R)*transpose(B)*PPP;
EEE=eig(A-B*KKK);m=rank(T);
while real(ee(1))<0 | real(ee(2))<0 | real(EEE(1))>0 | real(EEE(2))>0 | real(EEE(3))>0 |
real(EEE(4))>0 | m<4
% Declararea lui T
N3=randn(4,2);contor=contor+1;
for i=1:4
    for j=1:2
        T(i,j)=B(i,j); T(i,j+2)=N3(i,j);
    end
end
% Aflarea Ab,Bb,Kb,Rb
Ab=(inv(T))*A*T;Bb=(inv(T)*B);Kb=place(Ab,Bb,E);
e=eig(Ab-Bb*Kb);
for i=1:2
    for j=1:2
        K10(i,j)=Kb(i,j);K20(i,j)=Kb(i,j+2);
    end
end
k11=K10(1,1);k12=K10(1,2);k21=K10(2,1);k22=K10(2,2);
Rb=[1 (k12-k21)/(k11-k22);(k12-k21)/(k11-k22) 1];
ee=eig(Rb);
N1=Rb*K20;N2=transpose(N1);Pb=[Rb*K10 Rb*K20;N2 I2];R=Rb;
Qb=-(Pb*Ab+(transpose(Ab))*Pb-Pb*Bb*Kb);
% Varianta 2
PPP=transpose(inv(T))*Pb*inv(T);KKK=inv(R)*transpose(B)*PPP;
EEE=eig(A-B*KKK);m=rank(T);
end % sfarsitul ciclului while
% Varianta 1
Q=transpose(inv(T))*Qb*inv(T);R=Rb;
[KK,PP,EE] = LQR(A,B,Q,R);K=KK;
sim('L14_2_sch');
subplot(321);plot(t,var1);grid;hold on;subplot(322);plot(t,var2);grid;hold on;
subplot(323);plot(t,var3);grid;hold on;subplot(324);plot(t,var4);grid;hold on;
subplot(325);plot(t,u1);grid;hold on;subplot(326);plot(t,u2);grid;hold on;
K=KKK;sim('L14_2_sch');
subplot(321);plot(t,var1,'r');subplot(322);plot(t,var2,'r');
subplot(323);plot(t,var3,'r');subplot(324);plot(t,var4,'r');
subplot(325);plot(t,u1,'r');subplot(326);plot(t,u2,'r');

```

BIBLIOGRAFIE

- [1] Lungu, M. *Sisteme de conducere a zborului*. Editura Sitech, Craiova, 2008.
- [2] Călin, S., Belea, C. *Sisteme automate adaptive și optimale*. Editura Tehnică, București, 1971.
- [3] Choi, J.W., *A Simultaneous Assignment Methodology of Right/Left Eigen-structure*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1998, pag. 625 – 634.
- [4] Choi, J.W. *LQR Design with Eigenstructure Assignment Capability*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. 35, Nr.2, April, 1999, pag. 700 – 707.